キヤノングローバル戦略研究所
The Canon Institute for Global Studies

THE UNIVERSITY OF TOKYO

企業間取引の有向ネットワーク構造

大西 立顕[1,2]　高安 秀樹[3]　高安 美佐子[4]

[1]キヤノングローバル戦略研究所　[2] 東京大学 大学院 経済学研究科
[3] ソニー CSL　[4] 東京工業大学 大学院 総合理工学研究科

平成 23 年 1 月 7 日 (金)
キヤノングローバル戦略研究所

Outline

1. 企業間取引ネットワーク
2. ネットワークモチーフ
3. ページランク
4. まとめ

ほぼすべての日本企業の取引関係データ

経済産業研究所提供，東京商工リサーチ社調査 (2005)

ノード ··· 企業 (961, 318 ノード)

各企業の属性：売上高，業種，所在地など

有向リンク ··· 取引 (3, 667, 521 リンク)

向きは金流：買い手 → 売り手 (反対向きは物流)

※個人，政府，海外の会社は除く → 国内の取引に限定

国内全体の金・モノの交換 = 経済活動の本質

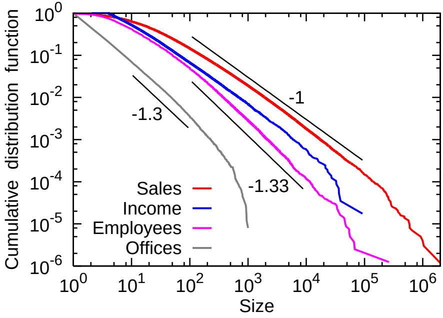
金・モノの交換 (相互作用) から企業の経済活動を分析

※ T2K オープンスパコン HITACHI HA8000 クラスタシステム (東京大学情報基盤センター) を用いて計算した (MPI で並列化)

大きなゆらぎを伴う複雑な系

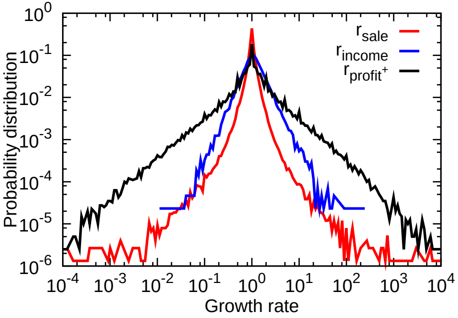
企業サイズの累積分布

(売上高，申告所得，従業員数，事業所数)



企業成長率の確率分布

(売上高の前年度比，申告所得の〃，利益金の〃)



個々の企業がランダムにゆらげば，系全体は正規分布

個々の企業が強い相互作用を持ってゆらぐ (臨界状態)

経済システムでは常に競争が働くため自動的に臨界状態になる

複雑ネットワーク登場以前

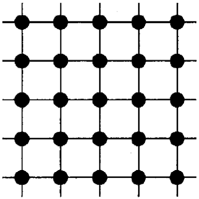


図 1　格子

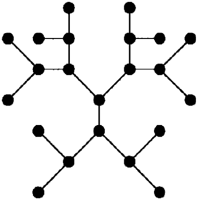


図 2　木

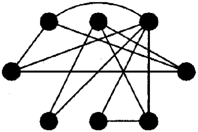


図 3　ランダム・グラフ

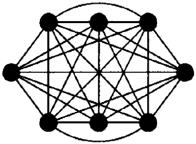


図 4　完全グラフ

増田直紀他，応用数理 (2006)

過度な単純化のため

複雑 (現実) ネットワークの重要な性質

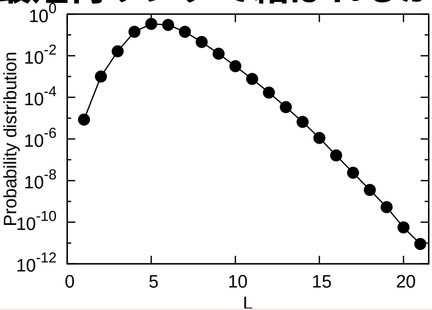
スモールワールド性 と スケールフリー性

を欠いている

スモールワールド性

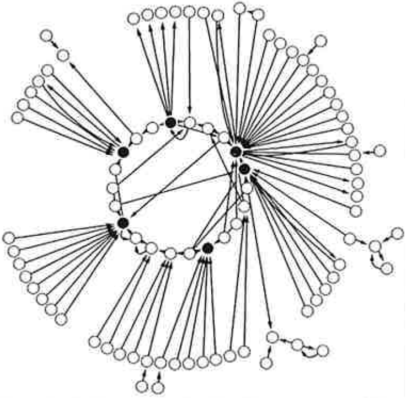
約6社を介せば，ほぼすべての企業とつながる

任意の２つの企業が最短何リンクで結ばれるか



業種内の企業間ネットワーク

（養鶏業の例、○は企業、→は取引関係を示す。●はハブ企業）



遠くとも，短かい距離で結ばれている
影響が伝播・拡大しやすい

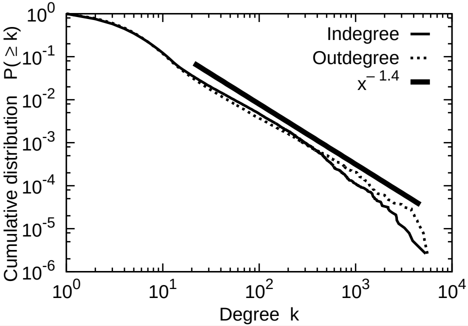
スケールフリー性

ノード当たりのリンク数がベキ分布
(特徴的なリンク数は存在しない)

リンク数の累積分布

indegree ⓘ← (入リンク)

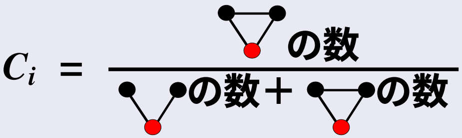
outdegree ⓘ→ (出リンク)



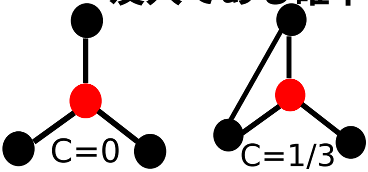
ほとんどの企業は数社の企業としか取引していない
一方，何千社もの企業と取引する企業がごく少数存在

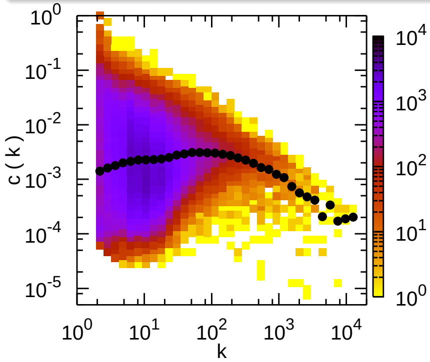
ネットワークの階層構造(無向リンクとして)

ノード i のクラスター係数



自分の２人の友人同士が
友人である確率





$C(k) \propto k^{-\beta}$ ：階層構造

社会・生命現象でみられる

自分の友人同士のつながり

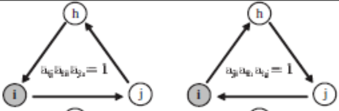
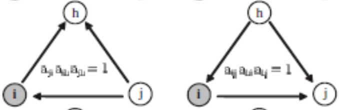
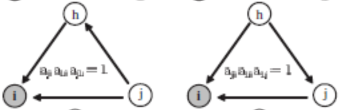
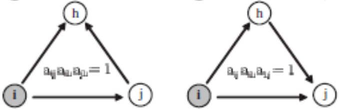
友人の多い人 → 疎

少ない人 → 密

Outline

1. 企業間取引ネットワーク
2. ネットワークモチーフ
3. ページランク
4. まとめ

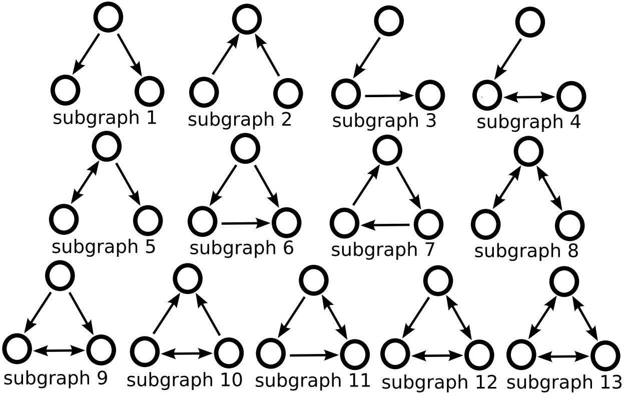
有向ネットワークのクラスター係数は様々

Patterns	Graphs	t_i^*	T_i^*	CCs for BDNs	CC
Cycle		$(A)^3_{ii}$	$d_i^{in}d_i^{out} - d_i^{\leftrightarrow}$	$C_i^{cyc} = \frac{(A)^3_{ii}}{d_i^{in}d_i^{out} - d_i^{\leftrightarrow}}$	$\tilde{C}_i^{cyc}$
Middleman		$(AA^TA)_{ii}$	$d_i^{in}d_i^{out} - d_i^{\leftrightarrow}$	$C_i^{mid} = \frac{(AA^TA)_{ii}}{d_i^{in}d_i^{out} - d_i^{\leftrightarrow}}$	$\tilde{C}_i^{mid}$
In		$(A^TA^2)_{ii}$	$d_i^{in}(d_i^{in} - 1)$	$C_i^{in} = \frac{(A^TA^2)_{ii}}{d_i^{in}(d_i^{in} - 1)}$	$\tilde{C}_i^{in}$
Out		$(A^2A^T)_{ii}$	$d_i^{out}(d_i^{out} - 1)$	$C_i^{out} = \frac{(A^2A^T)_{ii}}{d_i^{out}(d_i^{out} - 1)}$	$\tilde{C}_i^{out}$
All (D)	All 8 graphs above	$\frac{(A+A^T)^3_{ii}}{2}$	$d_i^{tot}(d_i^{tot} - 1) - 2d_i^{\leftrightarrow}$	$C_i^D = \frac{(A+A^T)^3_{ii}}{2T_i^D}$	$\tilde{C}_i^D$

G. Fagiolo PRE (2007) より転載

ループ・仲介・合流・分岐などの流れ構造をみる

有向ネットワークの３体相互作用は13種類



ループ・仲介・合流・分岐などの流れ構造を表現

どの部分グラフが出現しやすいか？(構成する部品は？)

R. Milo et al.,Science (2002)

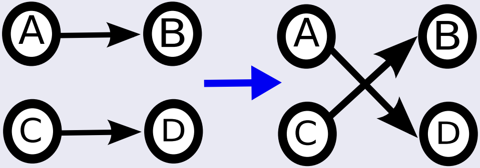
部分グラフ i の出現回数 N_i を

リンクをランダムにつなぎかえたネットワーク 1000 個

入リンク数○←，出リンク数○→，相互リンク数○↔
は，実ネットワークと同じ

Markov–chain
Monte Carlo
switching algorithm

R. Milo et al., cond-mat (2003)

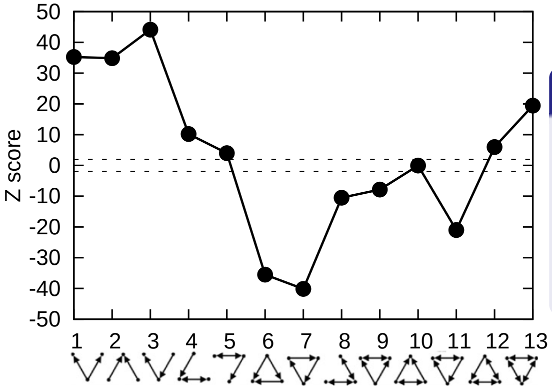


での出現回数 N_i^{rand} と比較

有意性

$$Z_i = \left(N_i - \left\langle N_i^{\mathrm{rand}} \right\rangle \right) / \sqrt{\left\langle \left(N_i^{\mathrm{rand}} - \left\langle N_i^{\mathrm{rand}} \right\rangle \right)^2 \right\rangle}$$

企業間取引ネットワークのモチーフ



アンチモチーフ

6:feedforward **ループ**

7:feedback **ループ**

生産・消費活動にループ構造は不要

モチーフ ⟸ 生産・消費活動に重要な構造

1,2,3：**V字型のリンク** ⟵ **言語構造や二部グラフ**

13：**クリーク**(**等価的な双方向リンク**)

⟵web **や友人関係などの社会ネットワーク**

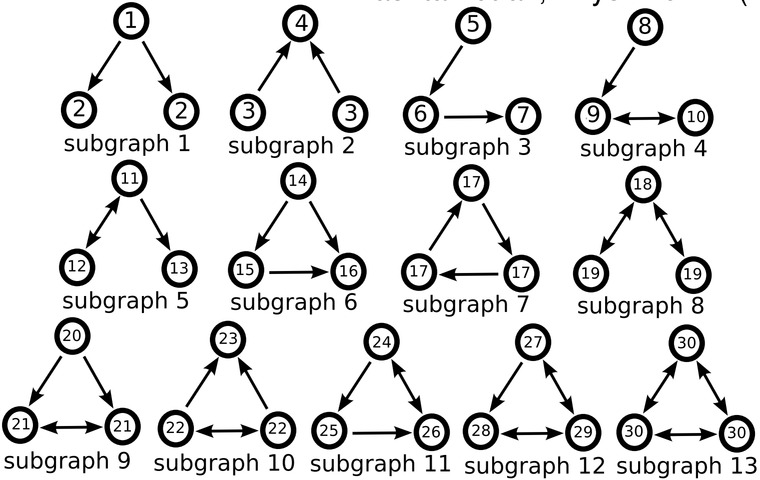
各企業は96業種のどれかに所属

1 **農業**,2 **林業**,3 **漁業**,4 **水産養殖**,5 **鉱業**,6 **総合工事**,7 **職別工事**,8 **設備工事**,9 **食料品製造**,10 **飲料・たばこ・飼料製造**,11 **繊維工**,12 **衣服・その他の繊維製品製造**,13 **木材・木製品製造**,14 **家具・装備品製造**,15 **パルプ・紙・紙加工品製造**,16 **印刷・同関連**,17 **化学工業**,18 **石油・石炭製品製造**,19 **プラスチック製品製造**,20 **ゴム製品製造**,21 **なめし革・同製品・毛皮製造**,22 **窯業・土石製品製造**,23 **鉄鋼**,24 **非鉄金属製造**,25 **金属製品製造**,26 **一般機械器具製造**,27 **電気機械器具製造**,28 **情報通信機械器具製造**,29 **電子部品・デバイス製造**,30 **輸送用機械器具製造**,31 **精密機械器具製造**,32 **その他の製造**,33 **電気**,34 **ガス**,35 **熱供給**,36 **水道**,37 **通信**,38 **放送**,39 **情報サービス**,40 **インターネット附随サービス**,41 **映像・音声・文字情報制作**,42 **鉄道**,43 **道路旅客運送**,44 **道路貨物運送**,45 **水運**,46 **航空運輸**,47 **倉庫**,48 **運輸に附帯するサービス**,49 **各種商品卸売**,50 **繊維・衣服等卸売**,51 **飲食料品卸売**,52 **建築材料, 鉱物・金属材料等卸売**,53 **機械器具卸売**,54 **その他の卸売**,55 **各種商品小売**,56 **織物・衣服・身の回り品小売**,57 **飲食料品小売**,58 **自動車・自転車小売**,59 **家具・じゅう器・機械器具小売**,60 **その他の小売**,61 **銀行**,62 **協同組織金融**,63 **郵貯, 政府関係金融**,64 **貸金, 投資業等非預金信用機関**,65 **証券, 商品先物取引**,66 **補助的金融, 金融附帯**,67 **保険**,68 **不動産取引**,69 **不動産賃貸・管理**,70 **一般飲食店**,71 **遊興飲食店**,72 **宿泊**,73 **医療**,74 **保健衛生**,75 **社会保険・社会福祉・介護**,76 **学校教育**,77 **その他の教育, 学習支援**,78 **郵便局**,79 **協同組合**,80 **専門サービス**,81 **学術・開発研究機関**,82 **洗濯・理容・美容・浴場**,83 **その他の生活関連サービス**,84 **娯楽**,85 **廃棄物処理**,86 **自動車整備**,87 **機械等修理**,88 **物品賃貸**,89 **広告**,90 **その他の事業サービス**,91 **政治・経済・文化団体**,92 **宗教**,93 **その他のサービス**,94 **外国公務**,95 **国家公務**,96 **地方公務**

（日本標準産業分類）

構造同値から各ノードを 30 種類の role に分類

N. Kashtan et al., Phys. Rev. E (2004)

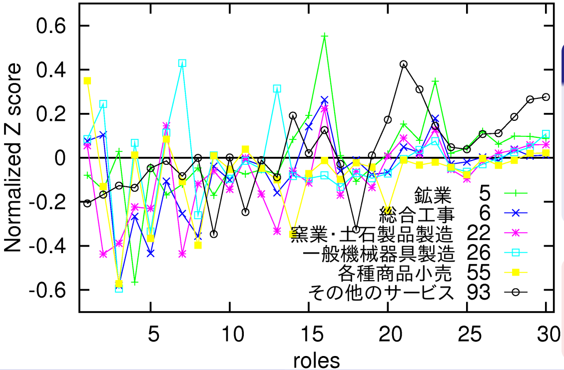


製造業の企業はどの role に位置しやすいか？

業種 i について，role r の出現回数 $N_{i,r}$ を ランダムネットワークでの出現回数 $N_{i,r}^{\mathrm{rand}}$ と比較

$$Z_{i,r} = \left(N_{i,r} - \left\langle N_{i,r}^{\mathrm{rand}} \right\rangle \right) / \sqrt{\left\langle \left(N_{i,r}^{\mathrm{rand}} - \left\langle N_{i,r}^{\mathrm{rand}} \right\rangle \right)^2 \right\rangle}$$

⇓



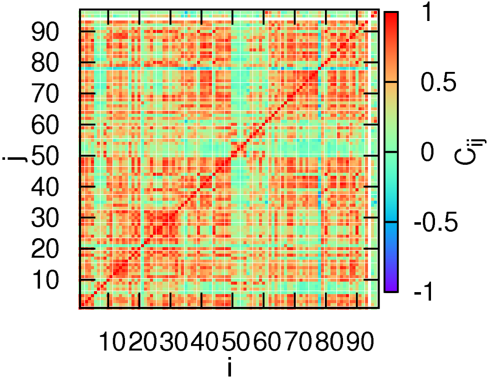
Normalized Z

$$Z_{i,r} / \sqrt{\sum_r Z_{i,r}^2}$$

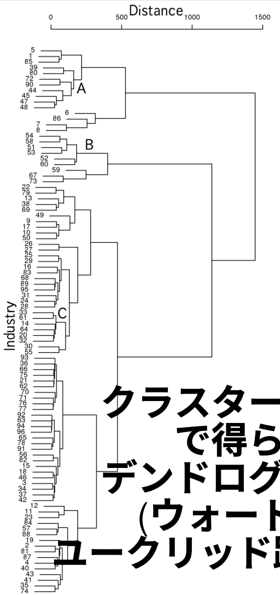
role プロファイルは業種に依存

取引形態に基づいた業種の分類

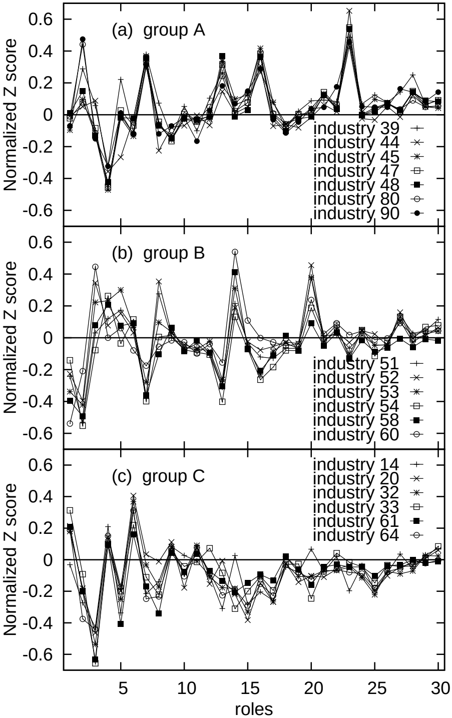
業種 i と j の相関行列 $\left\langle Z'_{i,r}\ Z'_{j,r} \right\rangle$



業種間距離 $\sqrt{2(1 - C_{ij})}$



クラスター分析で得られたデンドログラム(ウォード法・ユークリッド距離)

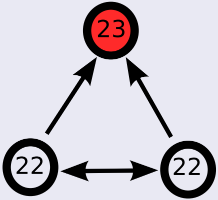


グループ A

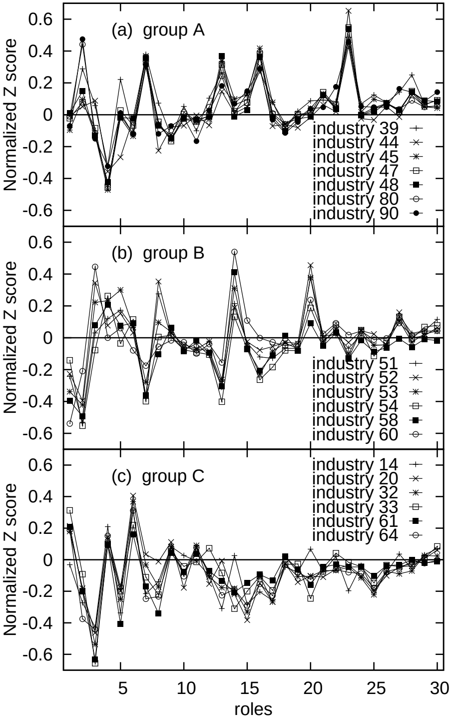
39 情報サービス, 44 道路貨物運送, 45 水運, 47 倉庫, 48 運輸附帯サービス, 80 専門サービス, 90 その他の事業サービス

⟶ お金の流れ

取引関係にある 2 企業にモノ・サービスを販売



仲介・代理・取次業務

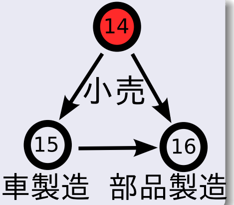


グループ B

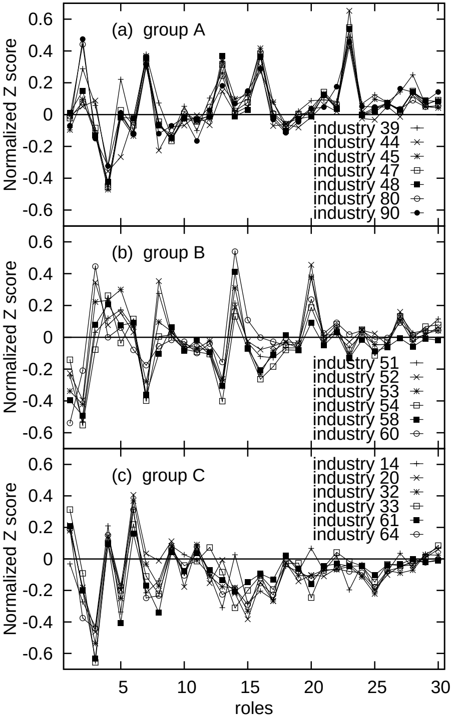
51 飲食料品卸売, 52 建築・鉱物・金属材料卸売, 53 機械器具卸売, 54 その他の卸売, 58 自動車・自転車小売, 60 その他の小売

⟶ お金の流れ

典型的な生産・販売の過程



卸売・小売

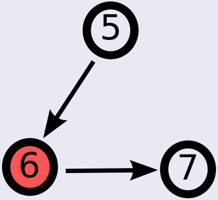


グループ C

14 家具・装備品製造, 20 ゴム製品製造, 32 その他の製造, 33 電気, 61 銀行, 64 非預金信用機関

⟶ お金の流れ

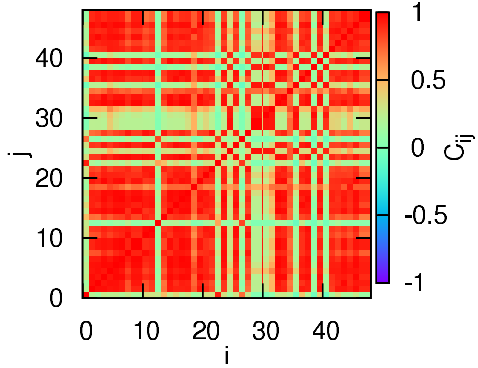
製品を加工し商品を販売する過程

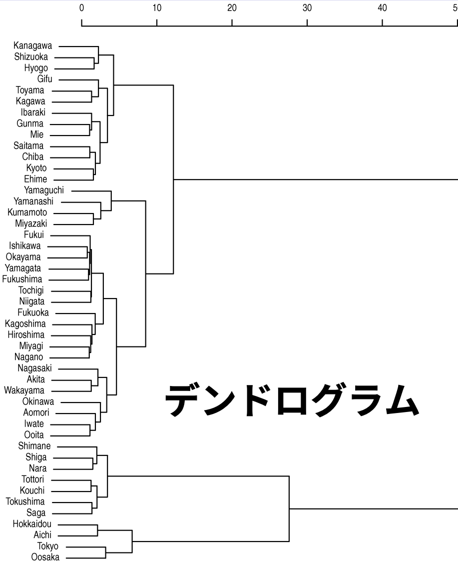


加工（付加価値を与える）

取引形態に基づいた都道府県の分類

都道府県 i と j の相関行列





デンドログラム

業種間距離 $\sqrt{2(1-C_{ij})}$

Outline

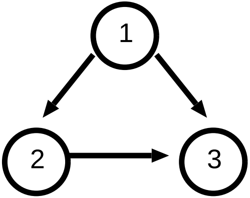
1. 企業間取引ネットワーク
2. ネットワークモチーフ
3. ページランク
4. まとめ

ページランク (S. Brin and L. Page 1998)

「ページ自体の重要性」と「リンク元のページの重要性」を加味して，ページをランク付け

ページランク = ランダムウォーカーの滞在時間

ネットワーク構造は隣接行列 M で表現できる



終点 (1) (2) (3)

始点

$$M = \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

大規模非対称行列のため扱いが困難

$\Downarrow$

ページランク p_a (お金の滞在時間) $\leftrightarrow$ p_h (モノ)

${}^tM$ の最大固有ベクトル の 近似解

オーソリティ a (売り手としての優位性) $\leftrightarrow$ h (買い手)

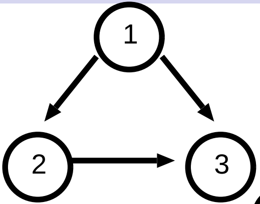
M の最大右特異ベクトル の 近似解

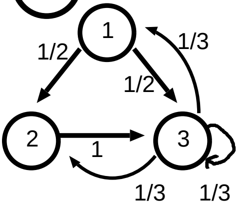
ページランクの計算

【近似１】確率行列にする

$$ {}^tM = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} $$

$$ \Rightarrow {}^tM = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 1 & 1/3 \end{pmatrix} $$





確率行列 $(0 \leq {}^tM_{ij} \leq 1, \sum_j {}^tM_{ij} = 1)$ ⇒ 最大固有値は 1

固有値問題 ${}^tM\vec{x} = \lambda\vec{x}$ ⇒ 連立一次方程式

$$ {}^tM\vec{x} = \vec{x} $$

【近似２】正の正方行列（成分が正の実数) 強結合 (既約) なグラフ にする

$$ {}^tM = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 1 & 1/3 \end{pmatrix} $$

$$ \Longrightarrow {}^tM = 0.85 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 1 & 1/3 \end{pmatrix} + 0.15 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} $$

ペロン・フロベニウスの定理

一意な解 (最大固有ベクトル) の存在が保証される

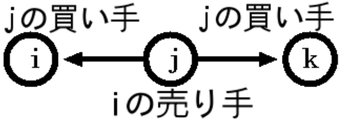
ページランクは

連立一次方程式 ${}^tM\vec{x} = \vec{x}$ の一意な解

オーソリティの計算

$G^T G$ の最大固有ベクトル
ただし，$G_{ij} = \varepsilon M_{ij} + (1-\varepsilon)/n \quad \varepsilon = 0.85$

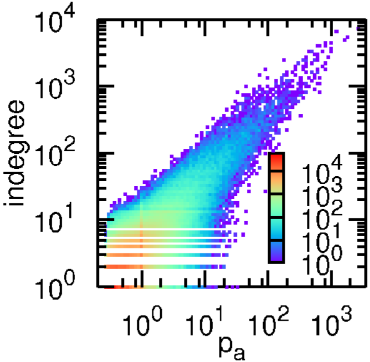
$$a \propto G^T h,\ h \propto Ga \iff a \propto G^T Ga \ \ (a_i \propto G_{ji} G_{jk} a_k)$$

a_i は  となる a_k の和

a が小… 売り手として優位 (競合相手がいない)

p_a と a は，入リンク数とほぼ同じ

Kendall の順位相関	入次数	出次数	p_a	p_h	a
お金の滞在時間 p_a	0.75	0.14	–	–	–
モノの滞在時間 p_h	0.14	0.71	0.08	–	–
売り手での優位性 a	0.67	0.10	0.53	0.05	–
買い手での優位性 h	0.16	0.62	0.09	0.47	0.09



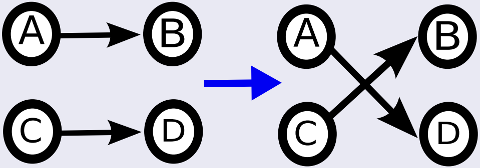
リンク数の影響を除去するため，実際の p_a を

リンクをランダムにつなぎかえたネットワーク 1000 個

入リンク数○←，出リンク数○→，相互リンク数○↔
は，実ネットワークと同じ

Markov–chain
Monte Carlo
switching algorithm

R. Milo et al., cond-mat (2003)

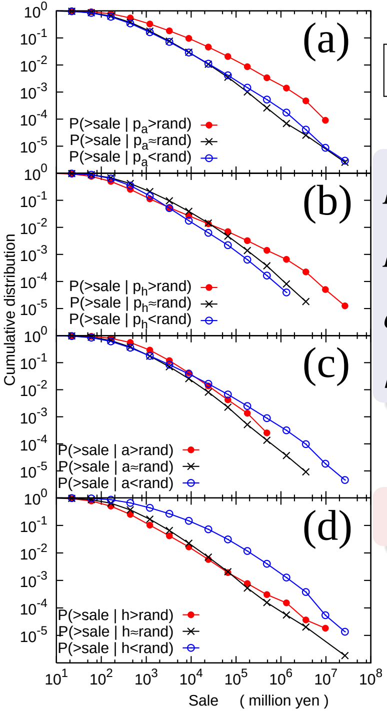


での p_a^{rand} と比較し，ノードを３グループに分類

有意に $p_a > p_a^{\mathrm{rand}}$

有意差なし $p_a \sim p_a^{\mathrm{rand}}$

有意に $p_a < p_a^{\mathrm{rand}}$



グループ別の売上高の累積分布

$p_a > p_a^{\mathrm{rand}}$：お金の滞在時間大

$p_h > p_h^{\mathrm{rand}}$：モノの滞在時間大

$a < a^{\mathrm{rand}}$：売り手として優位

$h < h^{\mathrm{rand}}$：買い手として優位

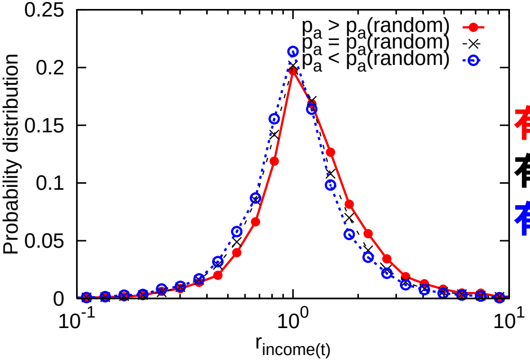
となるリンク構造をもつ企業は，

売上高が大きい

※申告所得・従業員数・利益金でも同様

p_a が大きい企業ほど成長する

成長率（今期所得／前期所得）の確率分布



有意に $p_a > p_a^{\text{rand}}$

有意差なし $p_a \sim p_a^{\text{rand}}$

有意に $p_a < p_a^{\text{rand}}$

この性質は，p_h，a，h にはみられない

企業成長・衰退は，お金の滞在時間と関係

Outline

1. 企業間取引ネットワーク
2. ネットワークモチーフ
3. ページランク
4. まとめ

ネットワークモチーフ

- V字型のリンクがモチーフ
- 業種や都道府県を特徴づけるリンク構造を抽出した
- 取引構造のみからの新しい企業の分類も可能

ページランク

- ページランクは，売上高や成長率と関係
- 企業成長・衰退は，お金の滞在時間と関係
- 新たな企業評価として有用

T. Ohnishi, H. Takayasu, M. Takayasu, ”Network Motifs in Inter-firm Network”, Journal of Economic Interaction and Coordination, 5 (2010) 171–180

T. Ohnishi, H. Takayasu, M. Takayasu, ”Hubs and authorities on Japanese inter-firm network: Characterization of nodes in very large directed networks”, Progress of Theoretical Physics Supplement, 179 (2009) 157–166

大西立顕, **高安秀樹**, **高安美佐子**, ”**企業間ネットワークの数理構造**”, **応用数理**, 20(3), 37–49 (2010)